助成番号　210788	５－２

研 究 成 果 報 告 書

研究テーマ（和文）	空間に関して非均一な非線形性をもつ拡散方程式の力学系と関数解析を用いた研究		
研究テーマ（英文）	A study of the diffusion equation with non-uniform nonlinearity with respect to space using dynamical systems and functional analysis		
研究期間	2021年 ～ 2022年	研究機関名　東北大学 材料科学高等研究所	
研究代表者	氏名（漢字）	谷口 晃一	
	氏名（カタカナ）	タニグチ コウイチ	
	氏名（英文）	Koichi Taniguchi	
	所属機関・職名	東北大学 材料科学高等研究所・助教	
共同研究者 ＊２名をこえる場合は、【別紙追加用紙】(P3)に３人目以降を追記してください。	氏名（漢字）	池田 正弘	
	氏名（カタカナ）	イケダ マサヒロ	
	氏名（英文）	Masahiro Ikeda	
	所属機関・職名	理化学研究所革新知能統合研究センター・研究員	
	氏名（漢字）		
	氏名（カタカナ）		
	氏名（英文）		
	所属機関・職名		

概要 （600 字～800 字程度にまとめてください。）

本研究では、空間に関して非均一な非線形性をもつ拡散方程式の適切性と解の分類の問題に取り組んだ。特に外力項として、ある一点で特異性をもつ非線形項（ハーディ型）、或いは空間遠方につれ非線形性が増大する非線形項（エノン型）をもつ拡散方程式に対して、重み付き空間を用いて適切性の理論を与えた。以上の成果を、共同研究者である池田正弘氏（理化学研究所・慶應義塾大学）及び千頭昇氏（名古屋工業大学）との共同研究として論文にまとめ、海外の学術誌に出版した（発表文献を参照）。次に、ハーディ型・エノン型の拡散方程式に対する解の無条件一意性の問題を、千頭氏、池田氏に加え S. Tayachi 氏（Tunis El Manar University）と共同で研究した。解の一意性の成立・不成立は、方程式の非線形性の強さと解空間の大きさの兼ね合いで決まり、我々はその観点から一意性の成立・不成立の条件を明確に示した。この研究を推進するために、チュニジアに海外出張し Tayachi 氏と直接議論を重ねた。現在、この結果をまとめた論文を海外の学術誌に投稿中である。さらに並行して、エノン型方程式の解の分類問題などに取り組むために重み付き関数不等式の研究を、池田氏と佐野めぐみ氏（広島大学）との共同で行った。この不等式は調和移植の観点から導出されたものでこれまで知られていなかった新しい不等式である。この研究を推進するために、広島出張をし、佐野氏及び関数不等式の専門家である橋詰雅斗氏（広島大学）と議論を交わし情報交換を行った。この成果については現在論文を執筆中である。また現在、その不等式に基づいてエノン型方程式の解の分類問題の証明を試みている。

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）

雑誌	論文課題	Local Well-Posedness for the Scale-Critical Semilinear Heat Equation with a Weighted Gradient Term				
	著者名	Noboru Chikami, Masahiro Ikeda, Koichi Taniguchi	雑誌名	Trends in Mathematics		
	ページ	63～75	発行年	2022	巻号	
雑誌	論文課題	Optimal well-posedness and forward self-similar solution for the Hardy-Hénon parabolic equation in critical weighted Lebesgue spaces				
	著者名	Noboru Chikami, Masahiro Ikeda, Koichi Taniguchi	雑誌名	Nonlinear Analysis		
	ページ	112931	発行年	2022	巻号	222
雑誌	論文課題					
	著者名		雑誌名			
	ページ	～	発行年		巻号	
図書	書名					
	著者名					
	出版社		発行年		総ﾍﾟｰｼﾞ	
図書	書名					
	著者名					
	出版社		発行年		総ﾍﾟｰｼﾞ	

英文抄録（100 語～200 語程度にまとめてください。）

The purpose of these papers is to establish well-posedness (existence of solution, uniqueness and continuous dependence on initial data) for semilinear heat equations with weights in the nonlinear term. Specifically, the well-posedness of singular initial data and the existence of non-radial forward self-similar solutions are proved for Hardy-Hénon parabolic equations, which are semilinear heat equations with the singular potential (Hardy type) or the increasing potential (Hénon type) in the nonlinear term. The weighted spaces are used to treat the potential as an increase or decrease in the weight, which enables us to prove these in a unified manner. In addition, we also give the result on local well-posedness for the Cauchy problem of the scale-critical semilinear heat equation with a weighted gradient term, which is called the weighted Hamilton-Jacobi equation, in the framework of weighted Lebesgue spaces and weighted Sobolev spaces.