

研究 成 果 報 告 書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		保型形式とモジュラー曲線の幾何			
研究テーマ (欧文) AZ		Modular forms and geometry of modular curves			
研究氏 代 表 名 者	カタカナ CC	姓) イマイ	名) ナオキ	研究期間 B	2017 ~ 2018 年
	漢字 CB	今井	直毅	報告年度 YR	2018 年
	ローマ字 CZ	Imai	Naoki	研究機関名	東京大学大学院数理科学研究科
研究代表者 CD 所属機関・職名		東京大学大学院数理科学研究科・准教授			
概要 EA (600 字～800 字程度にまとめてください。) 保型形式とモジュラー曲線の整構造について調べた。実際に調べたいのは、$GL(2)$ の分裂 Cartan 部分群から定まるレベル構造を持つモジュラー曲線およびその上の保型形式の整構造だが、その場合、旧部分との合同関係が複雑になる。一方で、不分裂 Cartan 部分群から定まるレベル構造を持つモジュラー曲線を考えると、旧部分との合同関係が起こりにくくなることがわかった。そのため、まず不分裂 Cartan 部分群から定まるレベル構造を持つモジュラー曲線とそのヤコビ多様体について調べた。また不分裂 Cartan 部分群から定まるレベル構造を持つモジュラー曲線のヤコビ多様体と分裂 Cartan 部分群から定まるレベル構造を持つモジュラー曲線のヤコビ多様体を比較するために、Imin Chen 同種の精密化を与えた。 さらに、保型形式の整構造と p 進 Langlands 対応の関係について調べた。とくに $GL(2)$ の分裂 Cartan 部分群から定まるレベルを持つ新固有形式によって生成される $GL_2(F_p)$ の表現の法 p 還元が K-type の中に現れるような $GL_2(Q_p)$ の法 p 表現と法 p 局所 Langlands 対応によって対応する法 p Galois 表現を、Emerton による p 進局所大域整合性の結果を用いることによって調べた。また、いくつかの $GL_2(F_p)$ の既約法 p 表現が法 p^2 係数の表現には持ち上がらないことを示し、これによって、上記のような法 p Galois 表現として起こりうる表現のリストを与えることができた。					
キーワード FA		保型形式	モジュラー曲線		

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要^{EZ}

We studied integral structures of modular forms and modular curves. Although we are interested in integral structures of the modular curve of the level structure determined by a split Cartan subgroup of $GL(2)$ or modular forms over the modular curve, the congruence relations with old parts are complicated in such cases. On the other hand, there are less congruence relations with old parts for the modular curve of the level structure determined by a non-split Cartan subgroup. Therefore, we studied the modular curve of the level structure determined by the non-split Cartan subgroup and its Jacobian variety. Then, we gave a detailed version of Imin-Chen isogeny to compare Jacobian varieties of the modular curves of the level structures determined by the non-split Cartan subgroup and the split Cartan subgroup. Further, we studied a relation between an integral structure of modular forms and the p -adic Langlands correspondence. In particular, we studied mod p Galois representations corresponding via the mod p local Langlands correspondence to mod p representations of $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ whose K -types contain mod p reductions of $GL_2(\mathbb{F}_p)$ representations generated by the new eigen forms of the level determined by the split Cartan subgroup of $GL(2)$ using a result on p -adic local global compatibility by Emerton. Then we gave a list of possible such mod p Galois representations by showing that some mod p irreducible representations of $GL_2(\mathbb{F}_p)$ never lift to representations in mod p^2 coefficients.