

研究 成 果 報 告 書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		多成分系合金の相境界の幾何学的運動方程式である表面拡散流方程式の数学的解析			
研究テーマ (欧文) AZ		Mathematical analysis of the motion of multi-phase boundaries by surface diffusion flow			
研究氏 代 表 名 者	カナ CC	姓) コウサカ	名) ヨシヒト	研究期間 B	2007 ~ 2008 年
	漢字 CB	高坂	良史	報告年度 YR	20 年
	ローマ字 CZ	Kohsaka	Yoshihito	研究機関名	室蘭工業大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		室蘭工業大学工学部・准教授			
概要 EA (600 字～800 字程度にまとめてください。) 平面上の有界領域内で 3 重結節点(triple junction)をもつ 3 相境界運動が、幾何学的な時間発展方程式の 1 つである表面拡散流方程式によって記述される数学モデルについて解析を行った。この数学モデルは 4 階非線形放物型偏微分方程式系の初期値境界値問題として表され、また、各相境界の表面エネルギーの和の H^{-1}-勾配流 (gradient flow) として表記されることが知られている。本研究では、この幾何学的な数学モデルの定常解 (3 重結節点で互いに交わる円弧又は線分の組) の安定性に関して、エネルギー汎関数の第 2 変分を計算し、線形安定性の解析との関連を考慮しながら理論的な解析を行った。具体的には、相境界をパラメータ表示し、(各相境界の単位長さ当たりの表面エネルギー(定数)) $\times$ (各相境界の長さ) の和で表されるエネルギー汎関数の第 1 および第 2 変分を各相の面積が一定であるという制限の下で導出した。この計算は、表面エネルギーの H^{-1}-勾配流であるということが、各相の面積が一定であるという条件下で各相境界の長さの和を最小にするという変分問題を示唆することに起因する。さらに 4 階非線形偏微分方程式の初期値境界値問題として表されるこの数学モデルを定常解の周りで線形化することで得られる線形化問題が、表面エネルギーの第 2 変分の H^{-1}-勾配流になることを明らかにした。 一方、相境界の運動を空間内の曲面の運動としてとらえ、その曲面の運動が表面拡散流方程式によって記述される数学モデルも非常に興味深い研究対象であるので、その研究を開始した。この研究に関してはまだ成果を得るには至っていないが、ポアンカレ予想の解決において重要な役割を果たしているハミルトンのリッチ曲率流の理論が挙動の解析では有用であると思われるので、その理論の表面拡散流への拡張を今後試みる予定である。					
キーワード FA	表面拡散流	勾配流	変分問題		

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）										
雑誌	論文標題 ^{GB}	Stability analysis of phase boundary motion by surface diffusion with triple junction								
	著者名 ^{GA}	Y. Kohsaka 他 2 名	雑誌名 ^{GC}	Banach center publication						
	ページ ^{GF}	83 ~ 101	発行年 ^{GE}	2	0	0	9	巻号 ^{GD}	86	
雑誌	論文標題 ^{GB}	Nonlinear stability of stationary solutions for curvature flow with triple junction								
	著者名 ^{GA}	Y. Kohsaka 他 2 名	雑誌名 ^{GC}	Hokkaido Mathematical Journal						
	ページ ^{GF}	721 ~ 769	発行年 ^{GE}	2	0	0	9	巻号 ^{GD}	38	
雑誌	論文標題 ^{GB}									
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}							
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}		
図書	著者名 ^{HA}									
	書名 ^{HC}									
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}		
図書	著者名 ^{HA}									
	書名 ^{HC}									
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}		

欧文概要^{EZ}

The linearized stability of stationary solutions for the surface diffusion flow with a triple junction is studied. We derive the second variation of the energy functional under the constraint that the enclosed areas are preserved and show a linearized stability criterion with the help of the H^{-1} -gradient flow structure of the evolution problem and the analysis of eigenvalues of a corresponding differential operator.

More precisely, first, we give a representation of curves around the stationary solutions by using a modified distance function. It is not possible to use usual distance functions since the triple junction moves with respect to time. Thus we have to introduce a certain tangential adjustment. Then we formulate the evolution problem with the help of this parameterization and give a nonlinear problem. Second, we derive the second variation of the energy functional under the area constraint. Third, we introduce the linearized system and prove a gradient flow structure with respect to a certain H^{-1} scalar product on networks for the linearized system. Further, we show several properties of the spectrum concerning our system. Finally, we give the stability criterion and analyze the stability for one specific configuration.