

研究成果報告書

研究テーマ (和文) AB		特異性の視点による力学系と幾何構造の統合的研究			
研究テーマ (欧文) AZ		Singularity of Dynamical Systems and Geometric Structures			
研究氏 代表 者	カタカナ CC	姓) タラマ	名) ダイスケ	研究期間 B	2018 ~ 2019 年
	漢字 CB	多羅間	大輔	報告年度 YR	2019 年
	ローマ字 CZ	Tarama	Daisuke	研究機関名	立命館大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		立命館大学工学部・准教授			
<p>概要 EA (600字~800字程度にまとめてください。)</p> <p>本研究では、可積分系の幾何学的理論と sub-Riemann 幾何学とを幾何構造の特異性という視点から統一的に理解する枠組みの構築を目指して、Lie 群や等質空間上の可積分系や sub-Riemann 構造に関する測地流の具体的研究を行った。個別的テーマごとの研究成果概要は以下の通りである。</p> <p>(1) Lie 群上の可積分測地流に関する平衡点の安定性解析(T. S. Ratiu 氏との共同研究。) 半単純 Lie 群上に Mishchenko と Fomenko が導入した、Lie 環の Cartan 部分環によって定まる左不変軽量に関する可積分な測地流に関して、Lie 環上に誘導される Euler 方程式について平衡点の安定性を解析した。特に、一般の随伴軌道上の孤立平衡点の安定性を特徴付ける Williamson 型が Cartan 部分環に対応するルートの型(実・純虚・複素のいずれか)によって分類されることを証明した。さらに、単純 Lie 環の Cartan 部分環に関する Kostant による分類を用いて、単純 Lie 群の場合の随伴軌道上の孤立平衡点の Williamson 型を分類した。(この結果は学術誌へ投稿中。)</p> <p>(2) Lie 群・等質空間上の sub-Riemann 構造に関する測地流(W. Bauer 氏との共同研究。) 既に可積分性が示された擬 H 型幕零 Lie 群上の測地流に関する研究(W. Bauer, D. Tarama, On the complete integrability of the geodesic flow of pseudo-H-type Lie groups, Anal. Math. Phys., 8, 493-520, 2018)に引き続き、7次元球面上の sub-Riemann 構造に関する測地流について、Hamilton 構造の分析や第一積分の決定等を行った。</p> <p>(3) Lie 群・等質空間上の可積分系に付随する幾何構造(J.-P. Francoise 氏・A. Jacquemard 氏との共同研究。) 3次元 Euclid 運動群の Lie 環上の可積分系である Clebsch コマの力学系に関して、特殊な条件下で作用変数の決定や特殊解の構造を Lagrange ファイブレーションと関係づけて分析した。また、付随する Kummer 曲面の特異点を決定した。</p> <p>これらのテーマを深化させる研究が現在も進展しており、今後まとまった成果を学術誌や研究集会などで発表する予定である。それを基に、本研究で扱えなかった sub-Riemann 構造に付随する劣楕円型作用素や楕円ファイブレーションについての研究を進展させ、可積分系の理論と sub-Riemann 幾何学(解析学)の統一的理解の枠組みを構築できるものと思う。</p>					
キーワード FA	可積分系	Sub-Riemann 構造	測地流	幾何学	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>	Subriemannian geodesic flow on $S^7$							
	著者名 <sup>GA</sup>	W. Bauer, D. Tarama	雑誌名 <sup>GC</sup>	数理解析研究所講究録					
	ページ <sup>GF</sup>	42~59	発行年 <sup>GE</sup>	2	0	1	9	巻号 <sup>GD</sup>	2137
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>	Kummer' s quartic surface associated to the Clebsch top							
	著者名 <sup>GA</sup>	J.-P. Francoise, A. Jacquemard, D. Tarama	雑誌名 <sup>GC</sup>	数理解析研究所講究録					
	ページ <sup>GF</sup>	68~80	発行年 <sup>GE</sup>	2	0	1	9	巻号 <sup>GD</sup>	2137
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>								
	著者名 <sup>GA</sup>		雑誌名 <sup>GC</sup>						
	ページ <sup>GF</sup>	~	発行年 <sup>GE</sup>					巻号 <sup>GD</sup>	
図書	著者名 <sup>HA</sup>	(書籍編集者) R. Donagi, T. Shaska, (論文著者) J.-P. Francoise, D. Tarama							
	書名 <sup>HC</sup>	(書名) "Integrable Systems and Algebraic Geometry, vol. 2", (論文表題) The Rigid Body Dynamics in an Ideal Fluid: Clebsch Top and Kummer Surfaces, (論文掲載ページ) pp 288-312							
	出版者 <sup>HB</sup>	Cambridge Univ. Press	発行年 <sup>HD</sup>	2	0	2	0	総ページ <sup>HE</sup>	(書籍)528, (論文)25
図書	著者名 <sup>HA</sup>								
	書名 <sup>HC</sup>								
	出版者 <sup>HB</sup>		発行年 <sup>HD</sup>					総ページ <sup>HE</sup>	

欧文概要 EZ

Some classes of integrable systems and sub-Riemannian geodesic flows over the cotangent bundles of Lie groups and homogeneous spaces have been studied in view of constructing a uniform framework to integrate the two fields, integrable systems theory and the sub-Riemannian geometry, from the viewpoint of singularities of geometric structures.

Particularly, the stability properties of Mishchenko-Fomenko geodesic flows of semi-simple Lie groups around the isolated equilibria over generic adjoint orbits are classified in terms of properties of roots. (Collaboration with T. S. Ratiu.)

Next, the sub-Riemannian geodesic flows of seven-dimensional sphere with respect to the sub-Riemannian structures associated to Clifford representations are analyzed and some of the first integrals are found. Some explicit solutions for the sub-Riemannian geodesic flows are also given. (Collaboration with W. Bauer.)

Further, the Clebsch top, an integrable system over the Lie algebra of the three-dimensional Euclidean motion group, is analyzed under a special condition. The action variables are determined and some special solutions are analyzed in relation to the associated Lagrangian fibration. In addition, the singular points of the associated Kummer surfaces are also determined. (Collaboration with J.-P. Francoise and A. Jacquemard.)

These studies are currently developed further and will be announced in near future.