

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		計算機を援用した数論幾何の研究とその応用			
研究テーマ (欧文) AZ		Research on arithmetic geometry with the aid of computers and its applications			
研究氏 代 表 名 者	カタカナ CC	姓) イトウ	名) テツシ	研究期間 B	2018 ~ 2019 年
	漢字 CB	伊藤	哲史	報告年度 YR	2019 年
	ローマ字 CZ	Ito	Tetsushi	研究機関名	京都大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		京都大学大学院理学研究科・准教授			
概要 EA (600字~800字程度にまとめてください。)					
<p>数論幾何とは、整数や方程式に関するさまざまな問題を幾何学的な手法で研究する数学の一分野である。本研究では、代数曲線・アーベル多様体やそれらに関連する数列について、計算機を援用した実験を行い、理論的な結果を得た。</p> <p>フェルマー型4次曲線に伴う mod 4 ガロア表現の計算機による計算を応用することで、有理点を持たない代数曲線 $X^4 + Y^4 + Z^4 = 0$ のモデル-ヴェイユ群の計算を行い、ブラウアー群に定まる障害が非自明になることを示した。これは、種数が高く有理点を持たない曲線についてブラウアー群に定まる障害を具体的に計算した初めての結果である。</p> <p>2次デルペッツォ曲面上の直線と平面4次曲線の双接線の間を用いて双接線へのガロア作用を計算することで、有理数体上の平面4次曲線であって双接線が局所大域性を満たさないものが存在することを示した。そして、そのような平面4次曲線を計算するアルゴリズムを設計し、計算機を用いて実例を構成した。同様の手法により、有理数体上の平面4次曲線の対称行列式が局所大域性を満たさないことも示した。平面3次曲線の対称行列式は局所大域性を満たすことが分かっていたので、対称行列式表示の整数論的な性質が3次と4次以上では大きく異なることが明らかとなった。</p> <p>また、単純な漸化式で定まるソモス k 列についての研究を行った。ソモス4列やソモス5列は楕円曲線の有理点と関係することが分かっており詳しく研究されていた。ソモス6列は整数列になることは分かっていたものの、その整数論的な性質は不明であった。計算機による実験と、種数2の代数曲線のヤコビ多様体の計算を組み合わせることで、ソモス6列を mod p して得られる数列の周期の上界を求めることに成功した。</p>					
キーワード FA	Mordell-Weil group	Brauer group	bitangent	Somos sequence	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）

雑誌	論文標題 ^{GB}	Explicit calculation of the mod 4 Galois representation associated with the Fermat quartic						
	著者名 ^{GA}	Yasuhiro Ishitsuka, Tetsushi Ito, Tatsuya Ohshita	雑誌名 ^{GC}	International Journal of Number Theory				
	ページ ^{GF}	881 ~ 905	発行年 ^{GE}	2	0	2	0	巻号 ^{GD}
雑誌	論文標題 ^{GB}							
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}					
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}
雑誌	論文標題 ^{GB}							
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}					
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}
図書	著者名 ^{HA}							
	書名 ^{HC}							
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}
図書	著者名 ^{HA}							
	書名 ^{HC}							
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}

欧文概要^{EZ}

Arithmetic geometry is a branch of mathematics where several problems on integers or equations are studied by geometric methods. In this research, with the aid of computers, we empirically studied algebraic curves, abelian varieties, and related sequences, and obtained several theoretical results. As an application of the computer calculation of the mod 4 Galois representation associated with the Fermat quartic, we calculated the Mordell–Weil group of the algebraic curve $X^4 + Y^4 + Z^4 = 0$, which has no rational point. Then we showed that it has a non-trivial obstruction in the Brauer group. This is the first result for curves without rational points which concretely shows the existence of a non-trivial obstruction in the Brauer group.

Calculating the Galois action on bitangents using a relation between lines on del Pezzo surfaces of degree 2 and bitangents of plane quartics, we also showed the existence of plane quartics over the field of rational numbers which do not satisfy the local–global property for bitangents. Moreover, we designed an algorithm to obtain such quartics, and calculated explicit examples using computers. By similar methods, we showed that symmetric determinantal representations of plane quartics over the field of rational numbers do not satisfy the local–global property. Since it was known that symmetric determinantal representations of plane cubics satisfy the local–global property, our results showed that there is a big difference between the arithmetic of symmetric determinantal representations of plane curves of degree 3 and those of degree higher than 3.

We also studied Somos– k sequences which are defined by a simple recurrence formula. It was known that Somos–4 and Somos–5 sequences are related to rational points on elliptic curves, and there were many results on them. However, although it is known that Somos–6 sequence is an integer sequence, its arithmetic properties are yet to be investigated. Combining computer experiments and calculation of Jacobians of genus 2 curves, we succeeded in obtaining an upper bound the sequence of Somos–6 sequence mod p .