

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		有限型 Polish 群を中心とする無限次元ユニタリ群の研究			
研究テーマ (欧文) AZ		Study of Polish groups of finite type and infinite-dimensional unitary groups			
研究氏 代 表 名 者	カタカナ CC	姓)アンドウ	名)ヒロシ	研究期間 B	2016 ~ 2018 年
	漢字 CB	安藤	浩志	報告年度 YR	2018 年
	ローマ字 CZ	ANDO	HIROSHI	研究機関名	千葉大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		千葉大学大学院理学研究科 基盤理学専攻 数学・情報数学コース 特任助教			
<p>概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。)</p> <p>以下の 2 テーマを中心に研究を行った: (1) Andreas Thom, 松澤泰道氏と共に有限型 Polish 群の特徴付に関する研究 (2) 松澤氏と共に可分無限次元 Hilbert 空間 H のユニタリ群 $U(H)$ 及びその部分群で、ノルム位相または強作用素位相に関して Polish 群となる群やその作用の性質の研究 (3) 松澤氏と共に直交 Hilbert-Schmidt 群のユニタリ表現に関する研究</p> <p>(1) に関しては、任意の一樣有界表現がユニタリ表現に相似となる可算離散群 G に対して次の特徴付を得た: G の一樣有界表現が与えられると、Hilbert 空間の正定値関数から定まるあるコンパクト空間の上の確率測度の空間への作用を誘導するが、この作用が Gauss 型測度をこの作用ですらして得られる閉凸包の中に不動点を持てば、amenability が導かれる。この特徴付をさらにユニタリ化可能性の問題に応用する事を現在考えている。</p> <p>(2) に関しては次の結果が得られた(煩雑になるので一部を紹介する)。位相群が SUR とは、$U(H)$ の強閉部分群に位相群同型な事をいい、NUR とは $U(H)$ のノルム閉部分群に位相群同型な事を言う。単位的 C^*環のユニタリ群が SUR となる事と有限次元性は同値。ユニタリ作用素 u で u^{-1} が Schatten p クラスに属するもの全体を $U_p(H)$ とかくと、$U_1(H)$ は NUR である。$U_p(H)$ は全ての $1 < p < \infty$ に対して、性質 (FH) を持たない。ここで性質 (FH) とは、実 Hilbert 空間への連続な affine 等距離作用が必ず不動点を持つ事を言う。従ってこれらの群は性質 (T) を持たない(これらの結果をまとめた論文を現在準備中)。ユニタリ群の自己共役作用素への空間から Weyl-von Neumann 同値関係と言われるものが得られる。この事に関して、本質的スペクトルが Weyl-von Neumann 同値の完全不変量となるような閉集合は、無限遠に gap を持たない閉集合として特徴づけられる。</p> <p>(3) に関しては、正の自己共役作用素 T から様々な表現 πT が得られ、その同値類を考察している。いつ因子表現となるか、いつ2つの表現がユニタリ同値となるか、についていくつか十分条件を得た。</p>					
キーワード FA	ユニタリ群	ユニタリ表現	Polish 群	作用素環論	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}	When does the Weyl- von Neumann Theorem hold?							
	著者名 ^{GA}	H. Ando, Y. Matsuzawa	雑誌名 ^{GC}	Bulletin of London Mathematical Society					
	ページ ^{GF}	742~744	発行年 ^{GE}	2	0	1	7	巻号 ^{GD}	49, issue 4
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要^{EZ}

I studied the following 3 topics:

(1) Polish groups of finite type and its characterization (with Andreas Thom and Yasumichi Matsuzawa)
 (2) The unitary group $U(H)$ on a separable infinite-dimensional Hilbert space and subgroups of $U(H)$ which are Polish with respect to either the strong topology or the norm topology. (3) Study of a family of unitary representations of the orthogonal Hilbert-Schmidt group.

For (1), we obtained a characterization of when a unitarizable group is amenable via some action of the group on a certain set of probability measures related to continuous positive type functions on a Hilbert space. For (2) we showed that a unital C^* -algebra A has strongly unitarily representable unitary group with the norm topology if and only if A is finite-dimensional. For each $1 <= p < \infty$ finite, the group $U_p(H)$ of those unitaries u for which u^{-1} is in the Schatten p -class (equipped with the metric topology defined by the p -norm) does not have property (FH).

$U_1(H)$ is norm unitarily representable in the sense that it embeds as a norm closed subgroup of $U(H)$ (we are preparing a paper including these results).

We also considered an equivalence relation (so called Weyl-von Neumann equivalence) defined on the space $SA(H)$ of self-adjoint operators on H , and showed that the closed subset of R on which the Weyl-von Neumann theorem holds are exactly those which do not have large gaps at infinite.

For (3) we obtained several unitary representations from positive self-adjoint operators and obtained some sufficient conditions of when such representations are factorial and when given two such representations are unitarily equivalent.