

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		界面ダイナミクスの数学解析に向けた粘性解理論の深化			
研究テーマ (欧文) AZ		Deepening of the theory of viscosity solutions toward mathematical analysis of interfacial dynamics			
研究氏 代表 者	カタカナ CC	姓)ハムムキ	名)ナオ	研究期間 B	2015 ~ 2016 年
	漢字 CB	浜向	直	報告年度 YR	2016 年
	ローマ字 CZ	Hamamuki	Nao	研究機関名	北海道大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		北海道大学 大学院理学研究院 数学部門・准教授			
概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。)					
<p>界面と呼ばれる物質の異なる二相を隔てる曲面の動きを記述する非線形偏微分方程式、とりわけ等高面方程式を主な研究対象とする。微分方程式の弱解の概念の一つである粘性解の理論に基づき、解の一意存在性の確立や解の諸性質の研究を通して、それらの方程式に数学的な基礎付けを与えることを目指す。</p> <p>助成期間中は、動的境界値問題に対する粘性解理論の構築を目指した。動的境界条件とは未知関数の時間微分を含む境界条件のことで、典型例として時間微分が内向き法線方向の空間微分に等しいという境界条件を扱った。具体的な研究内容は(1)特異性を持つ方程式の粘性解に対する比較定理、(2)ゲーム理論に基づく粘性解の表現公式の導出、の二つである。以下にこれらの詳細を述べる。</p> <p>(1) 比較定理とは、解の初期時刻での大小が時間大域的に保たれることを主張する定理で、ここから解の一意性が導かれる。動的境界値問題に対しては、方程式に特異性が無ければ Barles (1993, 1999) によって比較定理が示されているが、この手法をそのまま平均曲率流方程式などの特異な方程式に適用することはできない。そこで特異性を精密に調べるためのパラメータを試験関数に追加する方法で、領域が半空間の場合に比較定理が成立することを証明した。なお本研究は、東京大学の儀我美一氏との共同研究として準備中である。</p> <p>(2) 決定論的ゲームによる 2 階方程式の粘性解の表現公式の研究は Kohn-Serfaty (2006) に始まり、あるゲームの値関数の極限が粘性解となることが示されている。しかし動的境界値問題に対するゲーム的解釈は知られていなかった。本研究では、境界での適当な反射を含むゲームを考えることで、動的境界条件を満たす粘性解が得られることを少なくとも形式的に導いた。本研究は、福岡大学の柳青氏との共同研究として準備中である。</p>					
キーワード FA	粘性解	比較定理	動的境界値問題	決定論的ゲーム	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}	A dynamic boundary condition for singular degenerate parabolic equations on a half space (仮)							
	著者名 ^{GA}	Yoshikazu Giga, Nao Hamamuki	雑誌名 ^{GC}	投稿準備中					
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}	A discrete game interpretation of fully non-linear parabolic equations with dynamic boundary conditions (仮)							
	著者名 ^{GA}	Nao Hamamuki, Qing Liu	雑誌名 ^{GC}	投稿準備中					
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要^{EZ}

My major research topic is the study of nonlinear partial differential equations, especially level set equations, which describe a motion of an interface, a surface separated by two different phases of matter. On the basis of the theory of viscosity solutions, which is a notion of weak solutions for differential equations, I aim at giving mathematical foundations to such nonlinear equations by establishing unique existence of solutions and studying properties of solutions.

During the period of support, I aimed at establishing the theory of viscosity solutions under a dynamic boundary condition. A dynamic boundary condition is a condition including the time derivative of the unknown function on the boundary, and as a typical case I considered the boundary condition that the time derivative is equal to the directional derivative along the inward normal vector to the boundary. I studied (1) a comparison principle for viscosity solutions to singular equations; (2) derivation of a game theoretic representation formula of viscosity solutions. The details of them are as follows: (1) The comparison principle asserts that the initial order of solutions is preserved globally-in-time, and this implies uniqueness of solutions. For a dynamic boundary value problem, the comparison principle was proved by Barles (1993, 1999) provided that there is no singularity in equations, but the same method does not work for singular equations such as the mean curvature flow equation. By adding an extra parameter to a test function, which enables us to study the singularities precisely, we proved the comparison principle when the domain is a half space. This is a work in progress as a joint work with Professor Yoshikazu Giga, the University of Tokyo.

(2) Kohn-Serfaty (2006) first studied a representation of viscosity solutions to second order equations by a deterministic game, and it is shown that a viscosity solution is obtained as a limit of a value function of a certain game. However, a game theoretic interpretation has not been known for a dynamic boundary value problem. In this work, at least formally we showed that a game with a suitable reflection on the boundary gives a viscosity solution satisfying a dynamic boundary condition. This is a work in progress as a joint work with Qing Liu, Fukuoka University.