

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		K3 曲面の周期に付随する特殊関数とその数論への応用			
研究テーマ (欧文) AZ		Special functions concerned with K3 surfaces and its applications to number theory			
研究氏 代 表 者	カナ CC	姓)ナガノ	名)アツヒラ	研究期間 B	2015 ~ 2017 年
	漢字 CB	永野	中行	報告年度 YR	2017 年
	ローマ字 CZ	Nagano	Atsuhira	研究機関名	東京大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		東京大学大学院数理科学研究科・日本学術振興会特別研究員 PD			
概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。)					
<p>本研究者は K3 曲面の周期写像と多変数超幾何方程式の関係を研究し、逆周期写像の特殊値による代数体の類体の構成方法を与えた。</p> <p>19 世紀の楕円曲線の研究で、楕円曲線の周期(即ち楕円積分)・ガウスの超幾何微分方程式・楕円モジュラー関数・類体の構成が一体となった結果が与えられている。これは現在の数論・代数幾何学・関数論の発展にきわめて大きな影響を与えている。</p> <p>K3曲面は楕円曲線の自然な拡張とみなせる。本研究者はクラインの正二十面体不変式で自然にパラメライズされた K3曲面族に注目し、トレリ型定理を経由して周期写像の逆写像を構成し、それが判別式最小の 2 変数ヒルベルト・モジュラー関数となることを示した。また、周期を解に持つ多変数超幾何微分方程式を明示的に書き出した。そのシュヴァルツ写像の性質を精密に考察し、逆周期写像をテータ関数で表示した。更にこのテータ関数を用いて志村曲線・志村多様体の標準モデルを与えた。これより標準モデルの CM 点における特殊値が CM 体の不分岐類体を生成することが示される。また、類体のガロア群の構造を決定した。</p> <p>すると、この類体は絶対類体(不分岐最大アーベル拡大)ではないとわかり、絶対類体の構成という新しい問題が生じた。本研究者はガウス超幾何方程式による絶対類体の構成方法を与えた(千葉大, 志賀弘典氏との共著)。ここではある種の数論的三角群の保型関数がガウス超幾何方程式の逆シュヴァルツ写像で与えられ、その特殊値が CM 体の絶対類体を生成する。</p> <p>研究結果は本報告書中の論文で公表されている。また、東大・北大・早大・大阪市大・白馬、ロンドン・シェフィールド・ブリストル(英)、カーン(仏)などで開催された国際研究会・ワークショップ・セミナーでの本研究者の口頭発表は本結果を含む。</p> <p>本研究の結果と手法は、トーリック超曲面のミラー対称性と保型形式の研究(東大, 植田一石氏, 橋本健治氏との共同研究計画)、更に実 3 次元双曲空間上の保型形式の研究(英国シェフィールド大, H. Sengun 氏との共同研究計画)に繋がっている。</p>					
キーワード FA	K3 曲面	モジュラー関数	超幾何関数	類体	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}	Icosahedral invariants and a construction of class fields via periods of K3 surfaces							
	著者名 ^{GA}	Atsuhira Nagano	雑誌名 ^{GC}	The Ramanujan Journal					
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	印刷中
雑誌	論文標題 ^{GB}	Icosahedral invariants and Shimura curves							
	著者名 ^{GA}	Atsuhira Nagano	雑誌名 ^{GC}	Journal de Theorie des Nombres de Bordeaux					
	ページ ^{GF}	603~635	発行年 ^{GE}	2	0	1	7	巻号 ^{GD}	29 (2)
雑誌	論文標題 ^{GB}	To the Hilbert class field from the hypergeometric modular function							
	著者名 ^{GA}	A. Nagano, H. Shiga	雑誌名 ^{GC}	Journal of Number Theory					
	ページ ^{GF}	408~430	発行年 ^{GE}	2	0	1	6	巻号 ^{GD}	165
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要^{EZ}

In this research project, the researcher studied periods for K3 surfaces parametrized by Klein's icosahedral invariants. The period mapping for our K3 surfaces is controlled by a hypergeometric differential equation. The inverse period mapping is expressed by theta functions. The researcher gave canonical models of Shimura curves and Shimura varieties in terms of these theta functions. Thus, the researcher proved that the special values of the inverse period mapping at CM-points generate unramified class fields of CM-fields. The results of this project give natural analogues of classical Kronecker's Jugendtraum concerned with elliptic curves, elliptic modular functions and Gauss hypergeometric differential equations.

However, the above results give a new problem, since the corresponding class fields are not absolute class fields (maximal unramified abelian extensions). To obtain absolute class fields, the researcher gave a construction of absolute class fields via the Gauss hypergeometric equations (joint work with H. Shiga, Chiba). Namely, it was proved that special values of automorphic functions given by the inverse Schwarz mappings for Gauss hypergeometric equations of certain type generate absolute class fields of CM-fields.

The results in this project are published in the above papers. Also, they were presented at conferences, workshops or seminars in Tokyo, Sapporo, Osaka, Hakuba, London, Sheffield, Bristol and Caen, etc.

The results and methods in this project lead to a new project for modular forms and toric hypersurfaces (with K. Ueda and K. Hashimoto, Tokyo). Also, they lead a new project for modular forms on real 3-dimensional hyperbolic spaces (with H. Sengun, Sheffield).