

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		ナヴィエ・ストークス方程式の爆発問題の解明に向けた流体乱流の大規模数値計算			
研究テーマ (欧文) AZ		Numerical study of fluid turbulence: towards the blow up problem of the Navier-Stokes equations.			
研究氏 代 表 名 者	カタカナ CC	姓)ヨネダ	名)ツヨシ	研究期間 B	2013年11月～2015年5月
	漢字 CB	米田	剛	報告年度 YR	2015年
	ローマ字 CZ	yoneda	tsuyoshi	研究機関名	東京工業大学
研究代表者 CD 所属機関・職名		東京工業大学理工学研究科・准教授			
<p>概要 EA (600字～800字程度にまとめてください。)</p> <p>本研究では、乱流と流体方程式の解の爆発との関係性について追求した。このような問題意識に至ったのは、Navier-Stokes 方程式の数学解析における先駆者の Leray (1934) が Navier-Stokes 方程式の弱解のことを「乱流解」と述べていたことに起因する。しかしながら、近年、Luo-Hou (2013) の数値計算により、流体方程式の解の爆発が必ずしも乱流的な流れの振る舞いとは関係しないのではないかと、という見解が報告(彼らは Euler 方程式でそのようなことを示した)されており、ますます乱流と流体方程式の解の爆発との関係性が不透明になりつつある。</p> <p>ここで簡単に乱流に関して今まで得られている見地を簡単に要約しておこう。十分発達した乱流中には細長く集中した渦構造(ワーム構造)が空間中にランダムに配置されていることがわかっており、この渦構造は平均的には Burgers 渦とみなすことができる (J. Jimenez et al., 1993)。実際、Hatakeyama-Kambe は、十分多くのさまざまな循環を持つ Burgers 渦を空間中にばらまくことによって、発達した乱流でみられる統計法則である Kolomogorov の相似則、間欠性が再現されることを確認している (Hatakeyama-Kambe, 1997)。そこで我々はその乱流モデルを使って「渦度方向に由来する流体の局所的振る舞いの次元」に関する数値計算を行なった。</p> <p>ここで、この研究の要である「渦度方向に由来する流体の局所的振る舞いの次元」に関して詳しく言及しよう。渦度方向に関する数学研究は 1993 年に Constantin-Fefferman によって開始された。彼らは Navier-Stokes 方程式に対して、渦度方向の連続度合いを使って Navier-Stokes 方程式の爆発条件を考案した。渦度方向とは、3次元渦度ベクトル場における各渦度ベクトルを正規化(方向を保ったまま長さを 1 に統一化すること)したものである。さて、一方で 2次元 Navier-Stokes 方程式の解の爆発が起きないこと、すなわち時間無限遠に向かってずっと解が滑らかであることが知られている。2次元流の場合は、簡単な計算によってその渦度方向がある一方向(あるいはその反対方向)にしか向かないことが知られており、したがって渦度方向の連続度合いは、渦度が大きいところでは恒等的にゼロとなることが知られている。一方で、3次元流だと、そのような渦度方向の連続度合いの値がゼロになることはない。このことから、渦度方向の連続度合いという値は、大雑把に言って、流体の局所的振る舞いの次元を表しているといえよう。</p> <p>そのように、数学解析分野で生まれた概念を乱流の研究分野に適用させるという試みは今までになく、従って breakthrough を誘引させる試みだといえる。その新たな概念を使って、Hatakeyama-Kambe の乱流モデルの数値計算を展開した。粘性を固定し、分布させる渦の個数を変えたばあいの「渦度方向の連続度合い」の平均値を算出した。興味深いことに、渦の個数が少なくなるほど、その平均値が大きくなる傾向(すなわち、振る舞いの次元が 2次元から遠ざかる)が見て取れた。このことから、実際の乱流状態を再現するような沢山の渦の相互作用が流体方程式の解の爆発を導くことはないであろう、という見解を得ることが出来た。この見解は、Luo-Hou (2013) の数値計算結果や Hsu-Notsu-Yoneda (2015) の数値結果と(広い意味で)首尾一貫していることが分かる。</p> <p>本研究の論文は完成しており、近々、流体力学関係の論文誌に投稿予定である。</p>					
キーワード FA	乱流	Navier-Stokes 方程式	Burgers 渦	解の爆発	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}	特になし							
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}	特になし							
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要 ^{EZ}

In this work, we considered the relation between fluid equation (such as Navier–Stokes and Euler equations) and turbulence. In 1934, Leray initially pursued mathematical consideration of the Navier–Stokes equation (weak solution), and he called its solution “turbulent solution”. However, from Luo–Hou’s numerical computation (2013), we can conjecture that turbulent and regularity of the fluid equations are nothing to do with each other.

From this point of view, we tried to do a numerical computation of “Hatakeyama–Kambe’s turbulence model” with vortex direction whose idea is initially proposed by Constantin–Fefferman in 1993.

In Hatakeyama–Kambe’s turbulence model, we distribute Burgers vortices randomly but with a statistical law (see Hatakeyama–Kambe, Phys. Rev. Lett. 1997).

On the other hand, Constantin and Fefferman showed that for the 3D Navier–Stokes flow, if the direction of vorticity is sufficiently well behaved in regions of high vorticity magnitude, then the solution to the 3D Navier–Stokes equation is smooth (namely, no blowup). If the Navier–Stokes flow is two dimensional, then the direction of vortices always head for only one direction (or its opposite direction). Thus we can observe that such “direction of vorticity” should be exhibiting a fractional dimension (between two and three) of local behavior of the flow. We moreover speculate that this concept “direction of vorticity” should be universal. Namely, we can adapt the concept not only various fluid equations but also various turbulence models.

In our study, we tried to analyze turbulence (Hatakeyama–Kambe’s turbulence model) numerically by using the “direction of vorticity”. Interestingly, if we increase amount of Burgers vortices, then the fraction dimension will decrease. We are expecting that many interaction of vortices will bring some cancellation and then such cancellation may have a “decreasing dimension effect”.

This observation may be consistent with the numerical results of Luo–Hou (2013) and Hsu–Notsu–Yoneda (2015).