

## 研究 成 果 報 告 書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB	保型表現とその周期の研究				
研究テーマ (欧文) AZ	Theory of automorphic representations and periods				
研究氏 代 表 名 者	カナ CC	姓)イチノ	名)アツシ	研究期間 B	2013～ 2014年
	漢字 CB	市野	篤史	報告年度 YR	2014年
	ローマ字 CZ	Atsushi	Ichino	研究機関名	京都大学
研究代表者 CD 所属機関・職名	京都大学大学院理学研究科・准教授				
<p>概要 EA (600 字～800 字程度にまとめてください。)</p> <p>「保型表現のL関数の特殊値」と「保型表現の周期」の間の関係の局所類似として、<math>p</math> 進簡約群に対し「表現論的不変量」と「数論的不変量」の間の定量的関係の研究を行った。このような関係の例として形式次数予想がある。形式次数とは次元を一般化した表現論的不変量であり、形式次数予想はこれが数論的不変量の一つである随伴ガンマ因子の特殊値と等しいことを主張する。2008 年に平賀郁(京都大)、池田保(京都大)との共同研究においてこの予想を提出し、一般線形群に対しては予想が成り立つことを確かめていたものの、その後予想の解決に向けた研究は滞っていた。</p> <p>本研究において、Erez Lapid(Weizmann 科学研究所)、Zhengyu Mao(Rutgers 大)と共同で、形式次数予想を奇数次特殊直交群の場合に解決した。これは、今までの研究の集大成である。まず Arthur の局所 Langlands 対応の結果から、形式次数予想は生成的表現の場合に帰着される。次に形式次数の正值性と Deligne の直交表現のイプシロン因子の結果から、予想に現れるガンマ因子を Ginzburg-Rallis-Soudry の解析的ガンマ因子で取り替えてよい。さらに Wee Teck Gan(Singapore 国立大)との共同研究において既に得ていた、形式次数予想とテータ対応の関係をを用いて、形式次数予想はメタプレクティック群の生成的表現の場合に帰着される。ここで形式次数の定義に用いられる Schur 直交関係式を二通りに計算する。この計算において Lapid、Mao 両氏によるメタプレクティック群上の保型形式の Whittaker 係数に関する研究が決定的な役割を果たし、形式次数が具体的に定義される二つの内積の間の比例定数と一致することが分かる。最後に Kaplan の局所関数等式から、この比例定数が形式次数予想に現れるガンマ因子と一致することが示され、証明が完了する。なお、研究成果はプレプリントとして取りまとめ、<a href="http://arxiv.org/abs/1404.2909">http://arxiv.org/abs/1404.2909</a> において公開中である。</p>					
キーワード FA	周期	形式次数			

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>								
	著者名 <sup>GA</sup>		雑誌名 <sup>GC</sup>						
	ページ <sup>GF</sup>	～	発行年 <sup>GE</sup>					巻号 <sup>GD</sup>	
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>								
	著者名 <sup>GA</sup>		雑誌名 <sup>GC</sup>						
	ページ <sup>GF</sup>	～	発行年 <sup>GE</sup>					巻号 <sup>GD</sup>	
雑誌	論文標題 <sup>GB</sup>								
	著者名 <sup>GA</sup>		雑誌名 <sup>GC</sup>						
	ページ <sup>GF</sup>	～	発行年 <sup>GE</sup>					巻号 <sup>GD</sup>	
図書	著者名 <sup>HA</sup>								
	書名 <sup>HC</sup>								
	出版者 <sup>HB</sup>		発行年 <sup>HD</sup>					総ページ <sup>HE</sup>	
図書	著者名 <sup>HA</sup>								
	書名 <sup>HC</sup>								
	出版者 <sup>HB</sup>		発行年 <sup>HD</sup>					総ページ <sup>HE</sup>	

欧文概要<sup>EZ</sup>

As a local analogue of the relation between “special values of L-functions of automorphic representations” and “periods of automorphic representations”, we studied the quantitative relation between “representation-theoretic invariants” and “arithmetic invariants” for p-adic reductive groups. In this research, jointly with Erez Lapid (Weizmann Institute of Science) and Zhengyu Mao (Rutgers University), we proved the formal degree conjecture in the case of odd special orthogonal groups. This is a compilation of our work. First, by Arthur’s work on the local Langlands correspondence, the formal degree conjecture is reduced to the case of generic representations. Next, by the positivity of the formal degree and Deligne’s result on the epsilon factor of an orthogonal representation, we may replace the gamma factor which appears in the conjecture by the analytic gamma factor of Ginzburg–Rallis–Soudry. Furthermore, by the relation between the formal degree conjecture with the theta correspondence, which was already obtained in the joint work with Wee Teck Gan (National University of Singapore), the formal degree conjecture is reduced to the case of generic representations of metaplectic groups. Now we compute the Schur orthogonality relation, which is used in the definition of the formal degree, in two ways. In this computation, the work of Lapid–Mao on the Whittaker coefficients of automorphic forms on metaplectic groups plays a decisive role and it turns out that the formal degree coincides with the constant of proportionality between two inner products defined explicitly. Finally, by the local functional equation of Kaplan, this constant is equal to the gamma factor which appears in the formal degree conjecture, and this completes the proof. Also, we wrote a preprint about this result, which is available at <http://arxiv.org/abs/1404.2909>.