

研究 成 果 報 告 書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB	非線形分散型方程式の分散波と孤立波の相互作用の解析				
研究テーマ (欧文) AZ	Analysis of interaction between dispersive and solitary waves for nonlinear dispersive equations				
研究氏 代 表 名 者	カナ文字 CC	姓) セガタ	名) ジュンイチ	研究期間 B	2012年11月～2014年2月
	漢字 CB	瀬片	純市	報告年度 YR	2014年2月
	ローマ字 CZ	Segata	Jun-ichi	研究機関名	東北大学
研究代表者 CD 所属機関・職名	東北大学大学院理学研究科数学専攻・准教授				
概要 EA (600 字～800 字程度にまとめてください。) 本研究では、渦糸運動を記述する高階非線形分散型方程式の特殊解の安定性や、デルタポテンシャルを持つ非線形シュレディンガー方程式の散乱問題について研究を行った。 3次元非圧縮、非粘性流体中の渦糸運動の高次近似モデルとして現れる4階非線形シュレディンガー型方程式(4NLS)は、通常非線形シュレディンガー方程式と同様、定在波解とよばれる時間周期的な特殊解を持つ。方程式(4NLS)は空間非周期的な定在波と空間周期的な定在波を持つが、空間非周期的な定在波については、Cazenave-Lions (Comm. Math. Phys. 1982 年)による基底状態の変分法的特徴付けを用いることで定在波解の軌道安定性を証明した(前田昌也氏(千葉大)との共同研究(Funkcialaj Ekvacioj 2010 年))。ここで定在波が軌道安定であるとは、初期値が定在波の波形に十分近いとき、長時間後も(4NLS)の解は定在波に近い形状を保ち続けることである。本研究では空間周期的な定在波の安定性をエネルギーが自然に定義される空間において考察した。定在波の安定性を示す最初のステップとしてエネルギークラスでの初期値問題の適切性を示す必要がある。方程式(4NLS)の非線形項は微分型非線形項のため可微分性の損失を起こす。このため通常エネルギー法を適用することができない。本研究ではエネルギーに修正項を加えることで可微分性の損失という問題を克服し初期値問題の適切性を証明した。第2のステップとして、シュレディンガー方程式を定在波のまわりで線形化した作用素の解析を行う必要があるが、Angulo(J. Differential Eqs. 2007 年)の補題を利用することで証明に必要な評価を導き、空間周期的な定在波の安定性を証明した。 デルタポテンシャルを持つ非線形シュレディンガー方程式(δ-NLS)は、局在化した欠陥を持つ光導波路を通る光の伝播を記述するモデルとして提唱された。方程式(δ-NLS)は通常シュレディンガー方程式と同様、定在波解を持ち、定在波解の安定性・不安定性については変分法等を用いて詳しく調べられている。またソリトンとデルタポテンシャルの衝突という観点からも数学的に多く研究されている。本研究では(δ-NLS)の終値問題について研究を行った。より具体的には、与えられた関数に対して、時刻無限大でその関数に漸近するような(δ-NLS)の解を構成した。方程式(δ-NLS)は空間1次元で3次の非線形項を持つが、通常非線形シュレディンガー方程式の場合と同様に、(δ-NLS)の解は線形化方程式の解に漸近しないと予想される。そこで本研究ではOzawa(Comm. Math. Phys. 1991 年)による長距離散乱理論を応用することによりこの問題にアプローチした。通常非線形シュレディンガー方程式の終値問題を解く際、Fourier解析のさまざまな性質が重要な役割を果たすが、ポテンシャルがある場合はFourier変換を有効に用いることは困難である。そこで本研究ではデルタポテンシャルを持つシュレディンガー方程式に付随した一般化Fourier変換を導入することにより、(δ-NLS)の終値問題を解決した。(δ-NLS)に関する論文はプレプリントサーバーarXiv http://front.math.ucdavis.edu/1402.5185において公開中である。					
キーワード FA	非線形分散型方程式	孤立波	散乱問題	調和解析	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA							
研究機関番号 AC					シート番号							

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}		発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}		発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要 ^{EZ}

We study the stability of some special solution to the fourth order nonlinear dispersive equation and the scattering problem for the nonlinear Schrödinger equation with delta potential.

The fourth order nonlinear Schrödinger type equation (4NLS) describing the motion of a vortex filament has time periodic special solution called “standing wave solution” as is the case with nonlinear Schrödinger equation. For the case where the standing wave is non-periodic in space variable, Masaya Maeda (Chiba Univ.) and I proved the orbital stability of the standing wave solution (Funkcialaj Ekvacioj 2010). In this research project, I prove the orbital stability of the standing wave solution in the energy space for the case where the standing wave is periodic in space variable. We first show the time global well-posedness of (4NLS) in the energy space by modifying the energy method to overcome a loss of derivatives which is caused by the nonlinear term of (4NLS). Next we conclude the orbital stability of the standing wave solution by employing the lemma due to Angulo (J. Differential Eqs. 2007) which is concerned with the analysis of the linearized operators of Schrödinger equation around the standing wave.

The nonlinear Schrödinger equation with delta potential (δ -NLS) provides a simpler model describing the resonant nonlinear propagation of light through optical wave guides with localized effects. Along with the nonlinear Schrödinger equation, the equation (δ -NLS) has a standing wave. There are many results on the stability of the standing wave solution and the splitting phenomenon of the soliton by the delta potential. We prove that for a given asymptotic profile, there exists a solution to (δ -NLS) which converges to the given asymptotic profile as $t \rightarrow \infty$. To show this result we exploit the distorted Fourier transform associated to the Schrödinger equation with the delta potential.