

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		配置空間積分及びオペラッドの作用を用いた、埋め込みの空間のトポロジーの研究			
研究テーマ (欧文) AZ		Research of the space of embeddings via configuration space integrals and actions of operads			
研究氏 代 表 名 者	かな CC	姓)サカイ	名)ケイチ	研究期間 B	2008 ~ 2010 年
	漢字 CB	境	圭一	報告年度 YR	2010 年
	ローマ字 CZ	SAKAI	KEIICHI	研究機関名	東京大学大学院数理科学研究科
研究代表者 CD 所属機関・職名		東京大学大学院数理科学研究科 特任研究員			
概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。)					
<p>R^n 内の long j-embedding とは、埋め込み $R^j \rightarrow R^n$ で、コンパクト集合の外では標準的な包含写像に一致するものである。long j-embedding の集合に C^∞ 位相を入れたものを $Emb(R^j, R^n)$ と書く。本研究では $Emb(R^j, R^n)$ の位相幾何学的な性質について調べた。</p> <p>$j=1$ の場合、グラフに付随する配置空間上の積分により、結び目の Vassiliev 不変量、およびその一般化であるコホモロジー類を構成できることが知られている (Bott-Taubes, 河野, Cattaneo-Cotta-Ramusino-Longoni)。本研究者は以前、オペラッドの作用により $H_*(Emb(R^1, R^n))$ ($n > 3$) に定義される Poisson 代数の構造を用いて、従来知られていなかった三価でないグラフに対するコホモロジー類の非自明性を、$n > 3$ が奇数の場合に示した。本研究においては、$n=3$ の場合に障害となっていたある積分が実際には 0 であることを証明し、積分による $H^*(Emb(R^1, R^3))$ の元の最初の例を具体的に与えた。系として、次数 2 の Vassiliev 不変量の新たな表示を得た。</p> <p>$j \geq 2$ の場合、n, j とも奇数のときは、ある特定のグラフに対して同様の方法で不変量の構成がなされている (Bott, Cattaneo-Rossi, 渡邊)。本研究ではこの不変量をさらに一般化し、n と j の偶奇が一致する場合に、より広い範囲のグラフに対して、$Emb(R^j, R^n)$ のコホモロジー類をグラフの言葉で記述する枠組みを与えた。また、同型 $\pi_0(Emb(R^3, R^6)) = \mathbb{Z}$ を与える Haefliger 不変量の新たな記述を得た(ただし、この場合はグラフの組み合わせ論だけではコホモロジー類を記述できず、ある補正が必要となる)。更には北海道大学の渡邊忠之氏と共同で、従来知られていたものより高次元のコホモロジー類を具体的に構成した。</p>					
キーワード FA	long embedding	配置空間積分	グラフ	オペラッド	

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA									
研究機関番号 AC					シート番号									

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）								
雑誌	論文標題 ^{GB}	Configuration space integrals for embedding spaces and the Haefliger invariant						
	著者名 ^{GA}	Keiichi Sakai	雑誌名 ^{GC}	Journal of Knot Theory and Its Ramifications（掲載予定）				
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}
雑誌	論文標題 ^{GB}							
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}					
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}
雑誌	論文標題 ^{GB}							
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}					
	ページ ^{GF}	～	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}
図書	著者名 ^{HA}							
	書名 ^{HC}							
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}
図書	著者名 ^{HA}							
	書名 ^{HC}							
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}

欧文概要 ^{EZ}

A long embedding in R^n is an embedding $R^j \rightarrow R^n$ which is a standard inclusion outside a compact set. We denote by $\text{Emb}(R^j, R^n)$ the space of all long j -embedding in R^n equipped with C^∞ -topology. The aim of this research is to study the topological properties of $\text{Emb}(R^j, R^n)$.

When $j=1$, it is known that Vassiliev's knot invariants and cohomology classes (generalizations of Vassiliev's invariants) can be obtained via integrations over configuration spaces associated with graphs (Bott-Taubes, Kohno, Cattaneo-Cotta-Ramusino-Longoni). In the case when $n>3$ is odd, the researcher previously proved that a cohomology class arising from non-trivalent graphs is not zero, using Poisson algebra structure defined on $H_*(\text{Emb}(R^1, R^n))$ ($n>3$) induced by an action of an operad. In this research, the researcher proved that the obstruction appearing in the case of $n=3$ turns out to be zero, and consequently the researcher gave the first example of an integral expression of a non-zero element of $H^*(\text{Emb}(R^1, R^3))$. As a corollary, we obtained a new description of the Vassiliev invariant of order two.

When $j \geq 2$, in the case that both n and j are odd, some invariants corresponding to certain graphs have been constructed in a similar way (Bott, Cattaneo-Rossi, Watanabe). In this research, these invariants are generalized, in the cases that n and j have the same parity, to cohomology classes associated to more general graphs. Moreover a new description of Haefliger's invariant which gives an isomorphism $\pi_0(\text{Emb}(R^3, R^6)) = \mathbb{Z}$ (in this case, combinatorics of graphs is not enough and we need some correction terms to obtain cohomology classes). The researcher explicitly constructed a cohomology class which is of higher degree than previously known, in a joint work with Tadayuki Watanabe (Hokkaido University).

