

研究成果報告書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

|  |         |  |        |         |               |
|--|---------|--|--------|---------|---------------|
| 研究テーマ<br>(和文) AB   |         | 複素力学系の剛性問題への双曲幾何学的アプローチ  |        |         |               |
| 研究テーマ<br>(欧文) AZ   |         | Hyperbolic geometric approaches to rigidity problems in complex dynamics |        |         |               |
| 研究氏<br>代表名<br>者  | カカナ CC  | 姓) カワヒラ  | 名) トモキ | 研究期間 B  | 2009 ~ 2009 年 |
|  | 漢字 CB   | 川平   | 友規     | 報告年度 YR | 2010 年        |
|  | ローマ字 CZ | KAWAHIRA   | TOMOKI | 研究機関名   | 名古屋大学         |
| 研究代表者 CD<br>所属機関・職名  |         | 名古屋大学 大学院多元数理科学研究科・助教  |        |         |               |
| 概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。)  |         |  |        |         |               |
| <p>複素力学系とは一般に、複素多様体上の正則写像による力学系、すなわち複素構造を保つ写像による力学系のことである。とくに私は、1 変数有理写像をリーマン球面上で繰り返し合成して得られる力学系について研究した。複素多様体の複素構造に対し変形理論があるように、複素力学系にも同様の変形理論が存在する。中でも 1 次元複素力学系の変形においては、力学系に応じた強い制限が加わることが知られており、これを剛性とよぶ。とくに、力学系のカオス部分における変形は（既知の例外を除き）不可能であろうと予想されており、複素力学系理論の最重要問題とされている。本研究では、80 年代に Sullivan が提唱した 1 次元複素力学系理論と Klein 群論（3 次元双曲多様体論）とのアナロジーに基づき、上記予想に双曲幾何学的アプローチを試みた。</p> <p>1990 年代、Lyubich と Minsky は「複素力学系に付随する 3 次元双曲ラミネーション理論」を提唱し、剛性問題において一定の成果を挙げたが、この方向ではその後大きな進展を見なかった。私はこのラミネーション理論の枠組みを「Zalcman 関数」とよばれる超越整関数の空間で再構成し、さらに芽位相とよばれる新たな位相を導入することで、Lyubich-Minsky の剛性定理がほとんどそのまま「アップグレード」され、Haissinsky と Martin-Mayer が独立に証明したより良い剛性定理と同値な定理にまで改善できることを示した。</p> <p>その研究過程で、副産物として Tan Lei による Julia 集合とマンデルブロー集合の局所的類似性に関する定理に対し、簡明な証明を与えた。</p> |         |  |        |         |               |
| キーワード FA   | 複素力学系   | 剛性   | 双曲幾何   |         |               |

(以下は記入しないでください。)

|            |  |  |  |  |           |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------------|--|--|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 助成財団コード TA |  |  |  |  | 研究課題番号 AA |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 研究機関番号 AC  |  |  |  |  | シート番号     |  |  |  |  |  |  |  |  |

| 発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。） |                    |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|-----------------------------------|--------------------|---|-------------------|------------|---|---|---|--------------------|----|
| 雑誌                                | 論文標題 <sup>GB</sup> | Trois applications du lemme de Zalzman aux dynamiques complexes |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 著者名 <sup>GA</sup>  | Tomoki KAWAHIRA   | 雑誌名 <sup>GC</sup> | 未定（プレプリント） |   |   |   |                    |    |
|                                   | ページ <sup>GF</sup>  | 未定  | 発行年 <sup>GE</sup> |            |   |   |   | 巻号 <sup>GD</sup>   |    |
| 雑誌                                | 論文標題 <sup>GB</sup> | Some new applications of Zalzman' s lemma to complex dynamics   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 著者名 <sup>GA</sup>  | 川平 友規   | 雑誌名 <sup>GC</sup> | 数理解析研究所講究録 |   |   |   |                    |    |
|                                   | ページ <sup>GF</sup>  | 未定  | 発行年 <sup>GE</sup> | 2          | 0 | 1 | 0 | 巻号 <sup>GD</sup>   | 未定 |
| 雑誌                                | 論文標題 <sup>GB</sup> |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 著者名 <sup>GA</sup>  |   | 雑誌名 <sup>GC</sup> |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | ページ <sup>GF</sup>  | ～   | 発行年 <sup>GE</sup> |            |   |   |   | 巻号 <sup>GD</sup>   |    |
| 図書                                | 著者名 <sup>HA</sup>  |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 書名 <sup>HC</sup>   |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 出版者 <sup>HB</sup>  |   | 発行年 <sup>HD</sup> |            |   |   |   | 総ページ <sup>HE</sup> |    |
| 図書                                | 著者名 <sup>HA</sup>  |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 書名 <sup>HC</sup>   |   |                   |            |   |   |   |                    |    |
|                                   | 出版者 <sup>HB</sup>  |   | 発行年 <sup>HD</sup> |            |   |   |   | 総ページ <sup>HE</sup> |    |

#### 欧文概要<sup>EZ</sup>

By *complex dynamics* we mean dynamical systems on complex manifolds by holomorphic maps: that is, dynamics that preserve complex structures. I studied dynamics on the Riemann sphere given by iteration of rational functions in one complex variable.

As complex manifolds have their deformation theory, dynamics of rational maps have a similar deformation theory. In particular, it is known that one-dimensional complex dynamics has strong restriction of topological deformations in the category of complex dynamics. We call it the *rigidity* of the dynamics.

It is also conjectured that there is no deformation on the chaotic locus of the dynamics (up to well-studied exceptions). My approach is to attack this conjecture by means of hyperbolic-geometric methods, according to an analogy between complex dynamics and Kleinian groups (i. e., fundamental groups of hyperbolic manifolds) advocated by D. Sullivan.

In 1990s, M. Lyubich and Y. Minsky introduced the theory of hyperbolic 3-laminations associated with complex dynamics and archived some results on rigidity, but later there are no improvements in this direction. I reconstructed their laminations by means of a certain class of meromorphic functions called *Zalzman functions*, and introduced a new germ-topology. Then it figured out that the rigidity theorem by Lyubich-Minsky is automatically upgraded to a better rigidity theorem due to Haissinsky and Martin-Mayer.

As a byproduct, I gave a simple proof to a theorem by Tan on similarity between the Mandelbrot set and Julia sets.