

研究 成 果 報 告 書

(国立情報学研究所の民間助成研究成果概要データベース・登録原稿)

研究テーマ (和文) AB		多様体の埋め込みの空間、微分同相群の分類空間の位相幾何学			
研究テーマ (欧文) AZ		Topology of the spaces of embeddings of manifolds and the classifying space of the diffeomorphism groups			
研究氏 代 表 名 者	カナ CC	姓)ワタナベ	名)タダユキ	研究期間 B	2007 ~ 2008 年
	漢字 CB	渡邊	忠之	報告年度 YR	2009 年
	ローマ字 CZ	WATANABE	TADAYUKI	研究機関名	京都大学 数理解析研究所
研究代表者 CD 所属機関・職名		京都大学 数理解析研究所・研究機関研究員			
概要 EA (600 字~800 字程度にまとめてください。) 球面の微分同相写像全体の群 (の分類空間) のホモトピータイプは、1959 年の Smale による 2 次元球面の微分同相群のホモトピータイプの決定から始まり現在に至るまで多くの研究者により研究されており、特に球面の次元が十分大きい「安定域」においては Waldhausen の stable concordance theory など、有理ホモトピータイプに関する深い結果が得られている。一方、球面の次元よりもホモトピー群の次数の方が大きい範囲「非安定域」においては有理ホモトピー群の構造はほとんど未知であったと言える。 Kontsevich は 1992 年、Witten の経路積分を Feynman 図を使って摂動展開する方法のアナロジーで、Feynman 図に関する配置空間上の積分によって、framing 付き (ホモロジー) 球面の族の不変量 (特性類) を構成した。球面の次元とそれに対する Kontsevich の特性類の次数の組は「非安定域」に属するので、微分同相群の有理ホモトピー群の未知の部分を知るためには重要な不変量と思われる。しかしそれは多様体上の積分を用いて定義されているため、直接計算することはほとんど不可能と言える。本研究では、Kontsevich の特性類が間接的に計算できる具体例を求め、その幾何学的な意味を探ることを目標とした。 本研究によって次の結果が得られた。Kontsevich の特性類はそのままでは球面族の不変量にはなっていない、framing という付加的な構造に依存している。これに対し、Hirzebruch の符号不足数と呼ばれる、framing に依存して決まる量のある有理数倍を加えて補正することにより、framing に依存しない不変量を得ることができた。また、符号不足数の項があることによって、補正された不変量は、球面族によって作られるエキゾチックな可微分構造を部分的に捕らえていることがわかった。					
キーワード FA		微分同相群	埋め込みの空間	特性類	グラフホモロジー

(以下は記入しないでください。)

助成財団コード TA					研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC					シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）									
雑誌	論文標題 ^{GB}	On Kontsevich's characteristic classes for higher dimensional sphere bundles I: the simplest classes.							
	著者名 ^{GA}	Tadayuki Watanabe	雑誌名 ^{GC}	Mathematische Zeitschrift, Springer-Verlag					
	ページ ^{GF}	683~712	発行年 ^{GE}	2	0	0	9	巻号 ^{GD}	262
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
雑誌	論文標題 ^{GB}								
	著者名 ^{GA}		雑誌名 ^{GC}						
	ページ ^{GF}	~	発行年 ^{GE}					巻号 ^{GD}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	
図書	著者名 ^{HA}								
	書名 ^{HC}								
	出版者 ^{HB}		発行年 ^{HD}					総ページ ^{HE}	

欧文概要^{EZ}

We study the simplest one of the sequence of characteristic classes of framed smooth fiber bundles constructed by M. Kontsevich. By introducing a correction term to the characteristic number of the Kontsevich class, we obtain an invariant of unframed sphere bundles over a sphere. The correction term is given by a multiple of Hirzebruch's signature defect. We observe that a reduction of our invariant modulo a certain integer agrees with a multiple of Milnor's λ_1 -invariant of exotic spheres. Furthermore, our invariant is nontrivial for many fiber dimensions. Hence we can detect some 'exotic' non-trivial subspace of the i -th rational homotopy group of the d -sphere for some pairs (i,d) which are not in the 'stable' range.