助成番号 070732	6－2

研究成果報告書

（国立情報学研究所民間助成研究成果概要データベース・登録原稿）

研究テーマ（和文） AB	空間的非一様性がうみだす非線型反応拡散方程式系の界面現象の研究				
研究テーマ（欧文） AZ	Interfacial Phenomena in Reaction Diffusion Systems with Spatial l Inhomogeneity				
研究代表者氏名 カタカナ CC	姓)ナカシマ	名)キミエ	研究期間 B	2007 ～ 2009 年	
漢字 CB	中島	主恵	報告年度 Y	2009	
ローマ字CZ	Nakashima	Kimie	研究機関名	東京海洋大学	
研究代表者 CD 所属機関・職名	中島　主恵 東京海洋大学・海洋科学部・准教授				

概要　EA(600 字～800 字程度にまとめてください)

次のような空間非一様な反応拡散方程式をノイマンゼロ境界条件と初期条件のもとで考える.

U_t=D△U+H(x)F(U)　　(1)

U_tはUの時間微分，F(U)は双安定型とよばれる非線型項，H(x)は正の関数で方程式の空間依存性をあらわす．この方程式はAllen-Cahn方程式などに代表されるもので，物理学おける相転移問題や数理生態学などにも現れる．空間１次元の場合にこの問題は 申請者(2003)，申請者-田中(2003)，Ai-Chen-Hastings(2005)，浦野-申請者-山田(2005) により扱われ，一箇所に折り重なった遷移層を持つ定常解の存在とこれらの解のモース指数は，遷移層や　スパイクの数と位置により完全に決定されることが示された．空間２次元以上の場合には，遷移層の形状が多様で複雑になるため遷移層の様子を解析することは難しい．Dancer-Yan(2004) は領域を球対称に限り，場所によりポテンシャルの位置関係が異なる場合に折り重なった遷移層をもつ球対称定常解の存在と形状に関する結果をえた．これに続き Du-申請者(2007)は，Dancer らと同じ非線型項を考え，孤立遷移層（折り重なっていない遷移層）のみをもつ定常解のモース指数は拡散係数を無限小とするとともに無限大に発散することを厳密に証明した．これら２つに結果により，球対称定常解は１次元の解に形状に関しては酷似しているが安定性に関してはまったく異なることが明らかになった．よく知られているように領域や解の形を球対称に限ると，問題を空間１次元あるいは２次元に帰着することができ，１次元での結果を適用しやすくなる．しかし一般の領域上では遷移層の形状が複雑になるためその解析は困難を極め，申請者は１０年も空間高次元の一般の領域を扱いたいと思っていたにもかかわらず手付かずのままでいたが，最近 Li-申請者(投稿中) は一般の領域（球対称領域に限らない）上でこの双安定型方程式を扱い次のような結果を得た．

１．定常問題の優解劣解を構成することによっての安定定常解を構成した．優解と劣解をたがいに非常に近くに構成することができたので，定常解の形状も明らかになった．

２．定常解はある界面方程式の定常解の近傍以外に遷移層をもちえないことを証明した．

以上の結果では遷移層のできる場所は H(x)が正の場合，空間非一様性のあり方に大きく依存していることが明らかになった．最近考えているのは，H(x)が正の関数でなく符号を変える場合にはどうなるかという問題である．H(x)が符号を変える場合には方程式のポテンシャルの形まで場所に依存してしまうため数学的にはより複雑な構造が予想される．また H(x)が符合を変え，F(U)が単安定の場合は(1)は集団遺伝学に登場するモデルと一致するという点でも興味深い．申請者-Ni-Su(2009)はこの場合を扱い安定定常解を構成することに成功した．またこの定常解の一意性について現在研究が進行中である．

キーワード FA	非線型拡散反応系	特異摂動問題	遷移層	スパイク

（以下は記入しないでください）

助成財団ｺｰﾄﾞ TA						研究課題番号 AA								
研究機関番号 AC						シート番号								

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入して下さい）

雑誌	論文標題 GB	An Indefinite Nonlinear Diffusion Problems in Population Genetics, I:Existence and Limiting profiles							
	著者名GA	Nakashima,Ni,Su	雑誌名GC	Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A					
	ページGF	～	発行年GE	2	0	0	9	巻号 GD	掲載予定
雑誌	論文標題 GB	Stability from the point of view of diffusion, relaxation and spatial inhomogeneity							
	著者名GA	Li,Nakashima,Ni	雑誌名GC	Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A					
	ページGF	259～274	発行年GE	2	0	0	8	巻号 GD	20
雑誌	論文標題 GB	Morse index of layered solutions to the heterogeneous Allen-Cahn equation							
	著者名GA	Du, Nakashima	雑誌名GC	Journal of Differential Equations					
	ページGF	87～117	発行年GE	2	0	0	7	巻号 GD	238
図書	著者名HA								
	書名HC								
	出版者HB		発行年HD					総ﾍﾟｰｼﾞHE	
図書	著者名HA								
	書名HC								
	出版者HB		発行年HD					総ﾍﾟｰｼﾞHE	

欧文概要EZ

We consider some reaction diffusion equation with spatial inhomogeniety.

$U_t=D\Delta U+H(x)F(U)$ (1)

Where U_t is a time deribative of U,F(U) is so called bistable nonlinearity,H(x) is a positive function which represents spatial inhomogeniety. This equation appears in phase transition problem in physics and in mathematical biology. Allen-Cahn equation which is well known is one example of this equation. In the case spatial dimension is one, steady states problem of this equation is treated by Nakashima(2003), Nakashima-Tanaka(2003), Ai-Chen-Hastings(2005), Urano-Nakashima-Yamada(2005). These papers show the existence of steady states with many transition layers accumulated near some point. They also show that Morse indices of these solutions with many layers are completely determined by number and position of layers. In the case spatial dimension is more than two it is more difficult to analyze the shape of transition layers. Dancer-Yan(2004) restrict the domain to only radially symmetric one and show the existence radially symmetric solutions with transition layers accumulated near some point. After this result, Du-Nakashima(2007) consider the same problem as Dancer-Yan and show that Morse indices of these steady states goes to infinity as diffusion coefficients D goes to 0.These two results shows that radially symmetric steady states with many layers accumulated in the same place has very similar shape as one dimensional steady states, however their stability property are very much different. It is well known that radially symmetric problem is translated to one dimensional problem with some extra term and we can apply the result on one dimension effectively. However, in a general domain, analysis get very difficult because the shape of transition layers are much more complicated. I have worked on higer dimensional problem for almost 10 years and finally got the following result recently. Nakashima-Li (sibmitted) recently show the existence of stable solutions with transition layers near a solution curve of some interface equation. We also show that any solution can not have layers except the above solution curves. All the above results show that shape and property of these steady states are largely depend on spatial inhomogeniety. Recently Nakashima-Ni-Su consider the case H(x) in (1) changes sign and got a stable steady states which has single layers. We now work on uniqueness of this steady states.